# منصة زاد أكاديمي

## الدورة الأسطورية في المراجعة النهائية

**BAC 2023**

**الإسم:** **إختبار مادة:**

**اللقب:** **الموضوع رقم:** ٥٢ / 10 مواضيع

## ورقة الإجابة

عبر بالنجوم على درجة صعوبة التمرين وشاركها معنا في الستوري

التمرين الأول ☆☆☆☆☆

التمرين الثاني ☆☆☆☆☆

التمرين الثالث ☆☆☆☆☆

التمرين الرابع ☆☆☆☆☆

التمرين الخامس ☆☆☆☆☆

حمل التطبيق

التمرين 01

$U_0 > \sqrt{3}$ $\quad U_{n+1} = \frac{1}{2}\left(U_n + \frac{3}{U_n}\right)$

1) أ - من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ $U_{n+1} - \sqrt{3} = \frac{1}{2U_n}(U_n - \sqrt{3})^2$ (0,5)

ليكن $n \in \mathbb{N}$

$$U_{n+1} - \sqrt{3} = \frac{1}{2}\left(U_n + \frac{3}{U_n}\right) - \sqrt{3}$$

$$= \frac{U_n^2}{2U_n} + \frac{3}{2U_n} - \frac{2\sqrt{3}U_n}{2U_n} = \frac{U_n^2 + 3 - 2\sqrt{3}U_n}{2U_n}$$

$$= \frac{(U_n - \sqrt{3})^2}{2U_n} = \frac{1}{2U_n}(U_n - \sqrt{3})^2$$

ب - البرهان بالتراجع أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$ ، $P(n) : U_n > \sqrt{3}$

لدينا $U_0 > \sqrt{3}$ ومنه $P(0)$ محققة

(0,75) ليكن $n \in \mathbb{N}$ نفرض $P(n)$ أي $U_n > \sqrt{3}$

لدينا $U_{n+1} - \sqrt{3} = \frac{1}{2U_n}(U_n - \sqrt{3})^2$

ومنه

$$U_{n+1} = \frac{1}{2U_n}(U_n - \sqrt{3})^2 + \sqrt{3} > \sqrt{3}$$

لأن $0 < \frac{1}{2U_n}(U_n - \sqrt{3})^2$ ومنه $P(n+1)$ محققة .

ت - دراسة اتجاه تغير $(U_n)$ ليكن $n\in\mathbb{N}$

$$U_{n+1}-U_n=\frac{U_n^2}{2U_n}+\frac{3}{2U_n}-\frac{2U_n^2}{2U_n}=\frac{3-U_n^2}{2U_n}$$

له نفس إشارة $3-U_n^2$ لأن $0<2U_n$

ولدينا

| $U_n$ | $\sqrt{3}$      $+\infty$ |
|---|---|
| $3-U_n^2$ | $-$ |

ومنه $(U_n)$ متناقصة تماما

$(U_n)$ متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل فهي متقاربة. (0,5)

$$V_n=\ln\left(\frac{U_n-\sqrt{3}}{U_n+\sqrt{3}}\right)$$

2 ) أ - من أجل كل $n\in\mathbb{N}$ $U_{n+1}+\sqrt{3}=\frac{1}{2U_n}(U_n+\sqrt{3})^2$ (0,25)

ليكن $n\in\mathbb{N}$

$$U_{n+1}+\sqrt{3}=\frac{U_n^2}{2U_n}+\frac{3}{2U_n}+\frac{2\sqrt{3}U_n}{2U_n}$$

$$=\frac{U_n^2+3+2\sqrt{3}U_n}{2U_n}=\frac{1}{2U_n}(U_n+\sqrt{3})^2$$

ب - $(V_n)$ هندسية أساسها 2 لأن، من أجل كل $n\in\mathbb{N}$ (0,5)

$$V_{n+1}=\ln\left(\frac{U_{n+1}-\sqrt{3}}{U_{n+1}+\sqrt{3}}\right)=\ln\left(\frac{\frac{1}{2U_n}(U_n-\sqrt{3})^2}{\frac{1}{2U_n}(U_n+\sqrt{3})^2}\right)$$

$$=\ln\left(\left[\frac{U_n-\sqrt{3}}{U_n+\sqrt{3}}\right]^2\right)=2\ln\left(\frac{U_n-\sqrt{3}}{U_n+\sqrt{3}}\right)=2V_n$$

$V_n$ بدلالة $U_0$ و $n$ :

$$V_n=V_0\times q^n$$ (0,25)

$$V_0=\ln\left(\frac{U_0-\sqrt{3}}{U_0+\sqrt{3}}\right)$$

$$=\ln\left(\frac{U_0-\sqrt{3}}{U_0+\sqrt{3}}\right)\times 2^n$$

ت - بما أن $(V_n)$ هندسية وأساسها $q > 1$

وبما أن $V_0 < 0$

$U_0 - \sqrt{3} < U_0 + \sqrt{3}$

ومنه $\frac{U_0 - \sqrt{3}}{U_0 + \sqrt{3}} < 1$

$\ln\left(\frac{U_0 - \sqrt{3}}{U_0 + \sqrt{3}}\right) < 0$

إذن $\lim_{n \to +\infty} V_n = -\infty$ (01ن)

حساب $\lim_{n \to +\infty} U_n$ نضع $f(\ell) = \ell$ ومنه $\frac{1}{2}\left(\ell + \frac{3}{\ell}\right) = \ell$ (0.25ن)

ومنه $\ell + \frac{3}{\ell} = 2\ell$ ومنه $\ell + \frac{3}{\ell} - 2\ell = 0$

ومنه $\frac{3}{\ell} - \frac{\ell^2}{\ell} = 0$ ومنه ومنه $\frac{3 - \ell^2}{\ell} = 0$

ومنه $3 - \ell^2 = 0$ ومنه $\ell = \sqrt{3}$

$\ell = -\sqrt{3}$ مرفوضة.

$U_n > \sqrt{3}$

ومنه $\lim_{n \to +\infty} U_n = \sqrt{3}$

$$S_n = \frac{U_0 - \sqrt{3}}{U_0 + \sqrt{3}} \times \frac{U_1 - \sqrt{3}}{U_1 + \sqrt{3}} \times \cdots \times \frac{U_n - \sqrt{3}}{U_n + \sqrt{3}}$$

$$= e^{V_0} \times e^{V_1} \times \cdots \times e^{V_n}$$

$$= e^{V_0 + V_1 + \cdots + V_n}$$ (01ن)

$$= e^{V_0 \times \frac{2^{n+1} - 1}{2 - 1}} = e^{\ln\left(\frac{U_0 - \sqrt{3}}{U_0 + \sqrt{3}}\right) \times \left(2^{n+1} - 1\right)}$$

لدينا $V_n = \ln\left(\frac{U_n - \sqrt{3}}{U_n + \sqrt{3}}\right)$

ومنه $e^{V_n} = \frac{U_n - \sqrt{3}}{U_n + \sqrt{3}}$

## التمرين الثاني :

عدد الحالات الممكنة $C_9^3 = 84$

1) أ- احتمال السحوبات $P(A) = \frac{card(A)}{card(\Omega)} = \frac{C_2^1 \times C_7^2 + C_7^3}{C_9^3} =$

$$P(B) = \frac{C_4^3 + C_3^3}{C_9^3} = \frac{5}{84}$$ (0,T) ×4

$$P(C) = \frac{C_3^2 \times C_6^1}{C_9^3} = \frac{18}{84}$$

نعتبر D" الحصول على ثلاثة كريات تحمل ألوان العلم الوطني"

$$P(D) = \frac{C_2^1 \times C_3^1 \times C_4^1}{C_9^3} = \frac{24}{84}$$

2 أ) - القيم الممكنة للمتغير العشوائي هي $\{0, \alpha, 2\alpha, 3\alpha\}$

لأنه لدينا أربع حالات ممكنة (0,T)

الحالة الأولى : عدم سحب أي كرة حمراء $X = 0$

الحالة الثانية : سحب كرية حمراء بالضبط $X = \alpha$

الحالة الثالثة سحب كريتين حمراوتين بالضبط $X = \alpha + \alpha = 2\alpha$

الحالة الرابع سحب ثلاث كريات حمراء $X = \alpha + \alpha + \alpha = 3\alpha$

قانون الاحتمال :

| $x_i$ | $0$ | $\alpha$ | $2\alpha$ | $3\alpha$ |
|---|---|---|---|---|
| $P_i$ | $\frac{10}{84}$ | $\frac{40}{84}$ | $\frac{30}{84}$ | $4/84$ |

(1)

$$P(X=0) = \frac{C_5^3}{C_9^3} = \frac{10}{84}$$

$$P(X=\alpha) = \frac{C_4^1 \times C_5^2}{C_9^3} = \frac{40}{84}$$

$$P(X=2\alpha) = \frac{C_4^2 \times C_5^1}{C_9^3} = \frac{30}{84}$$

$$P(X=3\alpha) = \frac{C_4^3}{C_9^3} = \frac{4}{84}$$

حساب $E(X)$ بدلالة $\alpha$

$$E(X) = \sum_{i=1}^{4} x_i P_i$$

$$= \frac{40\alpha + 60\alpha + 12\alpha}{84} = \frac{112\alpha}{84}$$ (0,25)

نضع $|E(X)-1| \leqslant 2$ ومنه $\left|\frac{112\alpha - 84}{84}\right| \leqslant 2$ (0,25)

$-2 \leqslant \frac{112\alpha - 84}{84} \leqslant 2$ ومنه $-168 \leqslant 112\alpha - 84 \leqslant 168$

ومنه $-84 \leqslant 112\alpha \leqslant 252$

ومنه $\frac{-84}{112} \leqslant \alpha \leqslant \frac{252}{112}$ ، $-\frac{3}{4} \leqslant \alpha \leqslant \frac{9}{4}$

ومنه $\alpha \in \{1 ; 2\}$

التمرين 03: نضع $Z^3+1=0$ تكافئ $(Z+1)(Z^2-Z+1)=0$

ومنه $Z+1=0$ ① من $Z=-1$

أو

$Z^2-Z+1=0$ ② من

لدينا $\Delta=b^2-4ac$

$=1-4=-3$

(0,1)

نأخذ $(\sqrt{3}i)^2=-3$ ومنه $Z_A=Z_1=\frac{1-\sqrt{3}i}{2}=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$

$Z_B=Z_2=\overline{Z_1}=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ $\quad Z_C=aZ_A$

ومنه مجموعة الحلول هي $S=\left\{-1,\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i,\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$

كتابة $Z_C$ على الشكل الأسي: $|Z_A|=r_1=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)^2}$

$=1$

نضع $\arg(Z_A)=\theta_1$

$\cos\theta_1=x/r_1=\frac{1}{2}$

$\sin\theta_1=y/r_1=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

ومنه $\theta_1=-\frac{\pi}{3}+2k\pi$

حيث $k\in\mathbb{Z}$

$Z_A=r_1e^{i\theta_1}=1\times e^{-i\pi/3}$

ومنه $Z_C=aZ_A=\alpha e^{i\theta}\cdot e^{-i\pi/3}$ (0,1)

$=\alpha e^{i(\theta-\pi/3)}$

$Z_B$ على الشكل الأسي

$|Z_B|=|\overline{Z_A}|=1$

$\arg(Z_B)=-\arg(Z_A)=\pi/3+2k\pi$

ومنه $Z_B=e^{i\pi/3}$

لدينا $z_B^{1438} = \left(e^{i\pi/3}\right)^{1438} = e^{i\frac{1438\pi}{3}}$

$1438 = 3\times 479 + 1$

ومنه $\frac{1438\pi}{3} = 479\pi + \frac{\pi}{3}$

$= 478\pi + \pi + \frac{\pi}{3}$

$= 478\pi + \frac{4\pi}{3}$

لدينا

$= e^{i\frac{4\pi}{3}} = 1\times\left(\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)\right)$

$= -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ (0.5)

$z_A^{2017} = \left(e^{-i\frac{\pi}{3}}\right)^{2017} = e^{-i\frac{2017\pi}{3}}$

$-2017 = 3\times -672 - 1$

$\frac{-2017\pi}{3} = -672\pi - \frac{\pi}{3}$

$= e^{-i\pi/3}$ (0.5)

$= z_A = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

$(z_A)^{2017} - z_B^{1438} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i = 1$ (0.5)

$L = \sqrt{6} - \sqrt{2} - (\sqrt{6} + \sqrt{2})\,i$

لدينا $L^2 = -8\sqrt{3} - 8i$ (0.5)

$L^2 = \left(\sqrt{6} - \sqrt{2} - (\sqrt{6} + \sqrt{2})i\right)^2$

$= (\sqrt{6} - \sqrt{2})^2 - (\sqrt{6} + \sqrt{2})^2 - 2(\sqrt{6} - \sqrt{2})(\sqrt{6} + \sqrt{2})i$

$= 6 + 2 - 2\sqrt{12} - (6 + 2 + 2\sqrt{12}) - 2\times 4\,i$

$= -4\sqrt{12} - 8i = -4\sqrt{4\times 3} - 8i = -8\sqrt{3} - 8i$

كتابة $L^2$ على الشكل الأسي :

$|L^2| = \sqrt{(-8\sqrt{3})^2 + (-8)^2} = 16$ (0.5)

$\cos\theta_2 = \frac{x}{r} = \frac{-8\sqrt{3}}{16} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad \sin\theta_2 = -\frac{8}{16} = -\frac{1}{2}$

ومنه $\theta_2 = \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{6\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6}$

$$L^2 = 16\, e^{i\,7\pi/6}$$

$$= 16\left(\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right) + i\sin\left(7\pi/6\right)\right)$$

استنتاج طويلة وعمدة $L$،

$$|L^2| = |L|^2$$

$$16 = |L|^2 \quad (0{,}25)$$

ومنه $|L| = 4$

ومن جهة أخرى $\arg(L^2) = 2\arg(L)$ ومنه $\arg(L) = \frac{\arg(L^2)}{2}$

$$= \frac{7\pi/6}{2} = \frac{7\pi}{12}$$

$$L = \sqrt{6} - \sqrt{2} - (\sqrt{6} + \sqrt{2})\, i$$

$$= 4\left(\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)\right) \quad (0{,}25)$$

$$= 4\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) + i\, 4\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$$

ومنه $\begin{cases} \cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \\ \sin\left(\frac{7\pi}{12}\right) = \frac{-(\sqrt{6} + \sqrt{2})}{4} \end{cases}$

ومنه $\frac{19\pi}{12} = \frac{7\pi}{12} + \pi$

$$\begin{cases} \cos\left(\frac{19\pi}{12}\right) = -\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) \\ \sin\left(\frac{19\pi}{12}\right) = -\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right) \end{cases}$$

التمرين 04 :

$$u(t) = 3\ln(1+t) - \frac{t}{1+t}$$

I.1) دراسة اتجاه تغير $u$ : من أجل كل $t \in ]0,+\infty[$

$$u'(t) = 3 \cdot \frac{1}{1+t} - \frac{1}{(1+t)^2} = \frac{3(1+t)-1}{(1+t)^2}$$

$$= \frac{3t+2}{(1+t)^2} > 0 \quad (1)$$

| $t$ | $0$ | $+\infty$ |
|---|---|---|
| $u$ | $0$ | ↗ |

ومنه $u$ متزايدة تماما على $]0,+\infty[$

من أجل $t \in ]0,+\infty[$ : $u(t) > 0$

$$\begin{cases} f(x) = x^3(\ln(x+1) - \ln(x)) , \; x \in ]0,1] \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

2 ـ أ) $f$ قابلة للاشتقاق على يمين 0 لأن

$$\lim_{x \overset{>}{\to} 0} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x \overset{>}{\to} 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \overset{>}{\to} 0} x^2(\ln(x+1) - \ln(x))$$

$$= \lim_{x \overset{>}{\to} 0} \left(x^2 \ln(x+1) - x^2 \ln(x)\right) = 0 \quad (0,5)$$

لأن $\lim_{x \overset{>}{\to} 0} x^2 \ln(x) = 0$

ب ـ المشتقة: ليكن $x \in ]0,1]$ $(1)$

$$f'(x) = 3x^2\left(\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)\right) + x^3\left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x}\right)$$

$$= x^2\left(3\ln\left(\frac{x+1}{x}\right) - \frac{1}{x+1}\right) = x^2 u\left(\frac{1}{x}\right) > 0$$

لأن

$$u\left(\frac{1}{x}\right) = 3\ln\left(1+\frac{1}{x}\right) - \frac{1/x}{1+\frac{1}{x}}$$

$$= 3\ln\left(\frac{x+1}{x}\right) - \frac{1}{x+1}$$

من أجل كل $x \in ]0,1]$ ، $f'(x) > 0$ ومنه $f$ متزايدة تماما على $[0,1]$

جدول تغيرات :

| $x$ | $0$ | | $1$ |
|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $0$ | $\nearrow$ | $\ln(2)$ |

(0,5)

$$\begin{cases} h(x) = x^3 \ln(x) \\ h(0) = 0 \end{cases}$$

$$g(x) = x^3 \ln(x+1)$$

ليكن $x \in [0,1]$ من أجل كل $x \in ]0,1]$

$$g(x) - h(x) = x^3 \ln(x+1) - x^3 \ln(x)$$

(0,5)

$$= x^3 (\ln(x+1) - \ln(x)) = f(x)$$

$$g(0) - h(0) = 0 - 0 = 0 = f(0)$$

ب - الوضع النسبي بين $(C_f)$ و $(C_g)$ ليكن $x \in ]0,1]$

$$f(x) - g(x) = -h(x) = -\underset{\oplus}{x^3} \underset{\ominus}{\ln(x)} > 0$$

ومنه $(C_f)$ فوق $(C_g)$ على $]0,1]$

$$f(0) = 0 \qquad g(0) = 0$$

(1)

$(C_g)$ يتقاطع مع $(C_f)$ في $O(0,0)$

$(T)$ و $(T')$ متوازيان لأن $h'(x) = g'(x) - f'(x)$

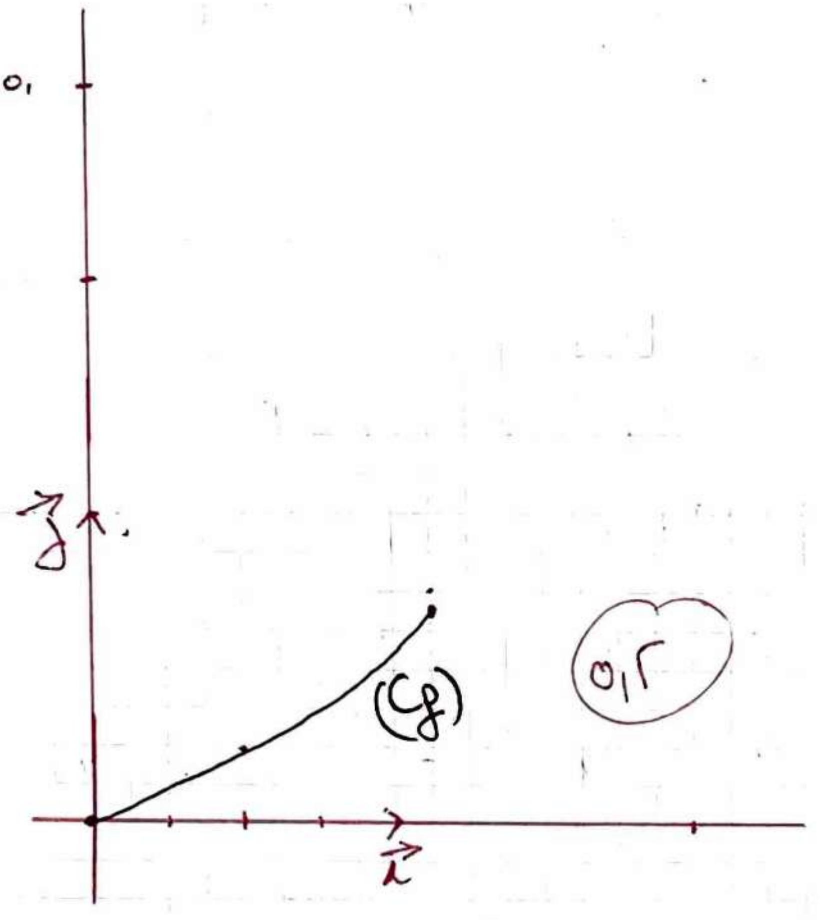
$$h'(x) = x^2(3\ln(x) + 1)$$

$$h'(e^{-\frac{1}{3}}) = (e^{-\frac{1}{3}})^2 \times (3 \times -\tfrac{1}{3} + 1)$$

$$= 0$$

(0,5)

ومنه $0 = g'(e^{-1/3}) - f'(e^{-\frac{1}{3}})$ ومنه $g'(e^{-\frac{1}{3}}) = f'(e^{-\frac{1}{3}})$




(0,5)

$$A_\alpha = \int_\alpha^1 x^3 \ln(x)\,dx \quad \alpha \in ]0;1]$$

$$= [H(x)]_\alpha^1 = H(1) - H(\alpha) = -H(\alpha)$$ (0,5)

$$A_\alpha = \int_\alpha^1 x^3 \ln(x)\,dx$$

$u = \ln(x) \rightarrow u' = \frac{1}{x}$

$v' = x^3 \rightarrow v = \frac{1}{4}x^4$

$$= \left[\frac{1}{4}x^4 \ln(x)\right]_\alpha^1 - \frac{1}{4}\int_\alpha^1 x^3\,dx$$

$$= 0 - \frac{1}{4}\alpha^4 \ln(\alpha) - \frac{1}{4}\left[\frac{1}{4}x^4\right]_\alpha^1$$ (0,5)

$$= -\frac{1}{4}\alpha^4\ln(\alpha) - \frac{1}{16}\left(1-\alpha^4\right) = -\frac{1}{4}\alpha^4\ln(\alpha) + \frac{1}{16}\alpha^4 - \frac{1}{16}$$

$H(0) = -\lim_{\alpha \to 0} A_\alpha$ ومنه $-H(0) = \lim_{\alpha\to 0} A_\alpha$ ولدينا

$= \frac{1}{16}$ (0,5)

$$S = \int_0^1 (f(x) - g(x))\, dx = \int_0^1 -x^3 \ln(x)\, dx$$

$$= -\int_0^1 x^3 \ln(x)\, dx = H(0)$$ (0,25)

$$= \frac{1}{16} = \frac{1}{16} \times 16\, cm^2 = 1\, cm^2$$

التمرين الخامس:

II) نعتبر المعادلة $21x - 17y = 8$ (1)

1) أ) تعيين الثنائية $(x_0, y_0)$ حل للمعادلة (1) (0,25)

لدينا $21 = 17 \times 1 + 4$ ومنه $21 \times 1 - 17 \times 1 = 4$

ومنه $21 \times 2 - 17 \times 2 = 8$ ومنه $(2,2)$ حل لـ (1)

ب- حل المعادلة (1) في $\mathbb{N}^2$

نضع $21x - 17y = 0$ (2) ومنه $21x = 17y$ و $17 / 21x$

وبما أن 17 أولي مع 21 فإنه حسب غوص $17 | x$

إذن $x = 17k$ حيث $k \in \mathbb{N}$

بالتعويض في (2) نجد $21 \times 17k = 17y$

ومنه $y = 21k$ ومنه حلول (2) $\begin{cases} x = 17k \\ y = 21k \end{cases}$ حيث $k \in \mathbb{N}$

(1)

نضع $\begin{cases} 21x - 17y = 8 \\ 21 \times 2 - 17 \times 2 = 8 \end{cases}$ ومنه $21(x-2) - 17(y-2) = 0$

بوضع $X = x - 2$

$Y = y - 2$

$X = 17k$
$Y = 21k$
$k \in \mathbb{N}$

نجد $21X - 17Y = 0$ من حلول (2)

ومنه $\begin{cases} x = 17k + 2 \\ y = 21k + 2 \end{cases}$ حيث

د - دراسة بواقي قسمة $9^n$ على 13

(0,1)

$9^0 \equiv 1 \ [13]$ ، $9^1 \equiv 9 \ [13]$ ، $9^2 \equiv 3 \ [13]$

ومنه $9^3 \equiv 1 \ [13]$ ومنه $9^{3k} \equiv 1 \ [13]$

ومنه $9^{3k+1} \equiv 9 \ [13]$ ومنه $9^{3k+2} \equiv 3 \ [13]$

| n | 3k | 3k+1 | 3k+2 |
|---|---|---|---|
| باقي قسمة $9^n$ على 13 | 1 | 9 | 3 |

$3^{34B+20} - 9^{21\alpha} - 2 \equiv 0 \ [13]$

ب) لتكن $(\alpha, B)$ حل للمعادلة (1)

$\begin{cases} \alpha = 17k + 2 \\ B = 21k + 2 \end{cases}$

$3^{34B+20} \equiv 3^{2(17B+10)} \equiv (3^2)^{17B+10} \equiv 9^{17B+10}$

$\equiv 9^{357k+44} \equiv 3 \ [13]$ (3)

$357k + 44$
$= 3(119k + 14) + 2$
$= 3K + 2$

(1)

ومن جهة أخرى

$9^{21\alpha} \equiv 9^{21(27k+2)} \equiv 9^{3(7\times(27k+2))}$

$\equiv 9^{3K'} \equiv 1 \ [13]$ (4)

من (3) $3^{34B+20} \equiv 3 \ [13]$

من 4 $9^{21\alpha} \equiv 1 \ [13]$

بالطرح $3^{34B+20} - 9^{21\alpha} - 2 \equiv 2 - 2 \ [13]$
$\equiv 0 \ [13]$

3) أ- لتكن $(x,y)$ حل لـ ① أي $21x-17y=8$

ونضع $x\equiv 0[4]$ ومنه $x=4P$ بالتعويض في ①

$21\times 4P-17y=8$ ومنه $17y=21\times 4P+8$

$17y=\underline{4}(21P+2)$

حسب غوص $4|y$

ومنه $y\equiv 0[4]$

0.5

ليكن $d=PGCD(x,y)$ $d|17k+2$

$d|(17k+2)\times 21 \; (21k+2)\times 17$

$d|21k+2$

$d|8$

ومنه $d\in\{1,2,\boxed{4},8\}$

$x\equiv 0[4]$

أي $17k\equiv -2[4]$

ولدينا $16k\equiv 0[4]$

$k\equiv -2[4]$

ومنه $k\equiv 2[4]$

$k=4k_1+2$

إذن $k_1\neq 2P+1$

ومنه $k_1=2P$

$x\equiv 0[8]$

$17k\equiv -2[8]$

$16k\equiv 0[8]$

ومنه $k\equiv 6[8]$

$k=8k_2+6$

$=4(2k_2+1)+2$

0.5

بالتعويض $k=8P+2$

$(x,y)=(136P+36,168P+44)$

I/ ① تعيين الأعداد a، b، c :

$P = bc = \overline{545} = 5 + 4a + 5a^2$

$S = b + c = \overline{46} = 6 + 4a$

b و c هما حلا المعادلة $x^2 - (4a+6)x + 5a^2 + 4a + 5 = 0$

لدينا $\Delta = 4(-a^2 + 8a + 4)$

وحتى يكون $\Delta > 0$ يجب أن يكون $a \in ]2-\sqrt{20}, 2+\sqrt{20}[$

إذن $a = 7$ أو $a = 8$

0,1

نضع $a = 7$ ومنه $\Delta = 11$ مرفوض

نضع $a = 8$ ومنه $\Delta = 16$

ومنه $c = 21$ $b = 17$

ومنه $a = 8$ , $b = 17$ , $c = 21$